

Velocidad y tamaño de las gotas de lluvia en el periodo agosto-septiembre 2020, en Valencia, Venezuela

Yoel Cuerva¹, Nelson Falcon²

¹Facultad de Ingeniería, Dpto de Física Universidad de Carabobo, Venezuela.

²Laboratorio de Física de la Atmosfera y Espacio Ultraterrestre, FACYT Universidad de Carabobo, Venezuela.

Autor para correspondencia: Yoel Cuerva, yrcuerva@uc.edu.ve

(Recibido: 27-05-2021. Publicado: 15-06-2021.)

Resumen

La calibración de radares meteorológicos y la previsión de desastres ocasionados por las precipitaciones de gran intensidad, junto a la valoración del efecto erosivo de la pluviosidad requieren del conocimiento, local y estacional, de la tasa e intensidad de las lluvias. Para ello es necesario evaluar la velocidad y tamaño medio de las gotas de lluvia. Se presentan los resultados obtenidos para las precipitaciones del periodo lluvioso (Agosto-septiembre) en la ciudad de Valencia (Venezuela) efectuados mediante un disdrómetro infrarrojo. Los resultados muestran valores medios para las gotas de lluvia de $r = 1,4 \pm 0,1$ mm y $v = 10,2 \pm 0,1$ m/s para los radios y velocidades respectivamente. Se concluye que en las distribución de las precipitaciones locales moderadas y fuertes siguen una relación de $\log v = -0,5 \log r$; en concordancia con los modelos aerodinámicos para flujos troposféricos laminales sin crecimiento de las gotas por coalescencia ni acreción. Estos procesos de crecimiento de las gotas de lluvia parecen importantes en las precipitaciones de mayor intensidad (muy fuertes) del periodo considerado, donde se detectaron gotas de radio medio superior a 2 mm.

Palabras clave: Pluviometría, gotas de lluvia: tamaño y velocidad, Disdrómetro.

Abstract

The calibration of meteorological radars and the forecasting of disasters caused by high intensity rainfall, together with the assessment of the erosive effect of rainfall require local and seasonal knowledge of the rate and intensity of rainfall. For this it is necessary to evaluate the speed and average size of the raindrops. The results obtained for the precipitations of the rainy period (August-September) in the city of Valencia (Venezuela) are presented, carried out by means of an infrared disdrometer. The results show mean values for the raindrops of $r = 1,4 \pm 0,1$ mm and $v = 10,2 \pm 0,1$ m/s for the radii and speeds respectively. It is concluded that in the distribution of moderate and strong local precipitations they follow a relation of $\log v = -0,5 \log r$; in agreement with the aerodynamic models for laminar tropospheric flows without growth of the droplets by coalescence or accretion. These raindrop growth processes seem important in the most intense (very strong) precipitations of the period considered, where drops of radii greater than 2 mm were

detected.

Keywords: *Pluviometry, raindrops: size and speed, Dysdrometer.*

1. Introducción

La formación de la lluvia surge a partir del vapor de agua contenido en la atmósfera, desde su fase de saturación, en la que el aire húmedo se enfría hasta la temperatura del punto de rocío, hasta que el vapor de agua existente comience a condensarse. En presencia de núcleos de condensación, (pequeñas partículas de polvo), el aire saturado precipita el vapor de agua en forma de gotitas de pequeño tamaño (fase de condensación). Por otro lado mediante la colisión y fusión de las minúsculas gotas que caen o suben dentro de la nube a distintas velocidades, las gotitas de pequeño tamaño, se unen hasta la formación de gotas de lluvia que precipitan fuera de la nube hacia la atmósfera circundante debido a su mayor densidad relativa. Sin embargo este proceso general no prescribe el tamaño y la velocidad de las gotas condensadas. El tamaño y la velocidad terminal de las gotas de lluvia varían en cada precipitación, dependiendo de las magnitudes sinópticas de la ocurrencia de la pluviosidad. La magnitud de la precipitación líquida (lluvia) se cuantifica en litros de agua acumulada por unidad de área que equivale a expresar la pluviosidad en mm de agua sobre 1 m². Sin embargo la tasa con la cual se acumula ese flujo de agua dependerá del tamaño de las gotas, de su velocidad y la separación media entre gotas. Esas magnitudes varían en cada precipitación sobre una misma región y también varían respecto al lugar en función de la climatología local.

El tamaño y velocidad de las gotas de lluvia determina la tasa de lluvia como el producto del número de partículas, su tamaño medio y su velocidad. La reflectividad de un radar meteorológico es proporcional esta cantidad, para lo cual se asumen valores medios locales de los tamaños de las gotas; que son evaluadas separadamente mediante los disdrómetros o medidores de tamaño y número de gotas de lluvia. También la intensidad de la precipitación (flujo por unidad de tiempo) tiene un rol importante en la erosión de los suelos, en el diseño de torrenteras y sistemas de alcantarillados para la planificación urbana (Tapiador *et al.*, 2015, Szakálla *et al.*, 2010). Por otro lado la aerodinámica del movimiento de caída de la gota es aun un problema de interés en mecánica de fluidos, con importantes aplicaciones en ingeniería hidráulica, aviónica y teoría de transporte. Es el caso que la caída de una gota de lluvia; que son esféricas y no en forma lagrimal como suele suponerse erróneamente; es un caso especial del movimiento de un cuerpo dentro de un fluido donde la sustentación aerodinámica, la fricción y las fuerzas de arrastre asociadas a la viscosidad deben tomarse en cuenta tanto para regímenes de baja como de media velocidad (subsónicas), asociados al número de Reynolds y a las consideraciones de fluidos laminales y turbulento (Sokal, 2010, Mungan 2010, Partovi y Aston, 1989).

Es claro que las gotas de lluvia no caen libremente con la aceleración g , pues la altura de las nubes que las generan es del orden de 2-6 km de altitud en regiones tropicales. Un cálculo elemental muestra que si se considera solo la caída libre la velocidad final de una gota alcanzaría los 200m/s o 720km/h para altitudes iniciales de solo 2 km. Así la resistencia al movimiento de caída libre, creada por la atmósfera no puede obviarse en el cálculo. En 1851, George Stokes abordó el problema simplificado del movimiento de una esfera en un fluido, despreciando en las ecuaciones de la dinámica (Ecuaciones de Naviers-Stokes) el término no lineal asociado a las fuerzas de inercia debidas a la aceleración convectiva. En presencia solamente de la fuerza de gravedad se tiene entonces que:

$$mg = 6\pi r\eta v \implies v \cong \frac{2g\rho_w}{9\eta} r^2 \quad (1)$$

Donde η representa el coeficiente de viscosidad del medio, ρ_w la densidad de la gota y r su radio. En la consideración de Stokes el fluido se comporta en su régimen laminar. Y la velocidad límite resulta proporcional al área de la esfera (gota). En esas consideraciones no se tiene en cuenta la sustentación aerodinámica o transferencia de momentum de las partículas que colisionan con la esfera que cae; su aplicación es útil entonces para el movimiento en medios fluidos incompresibles (líquidos) y de hecho una aproximación válida para determinar experimentalmente la viscosidad de un fluido (Falcon, 2013). Un enfoque que incluye la sustentación para el movimiento de una esfera en fluidos compresibles, como la caída de una gota de lluvia en la atmosfera, supone despreciar los términos no lineales en la ecuación de Euler, incorporando la sustentación a través del coeficiente de arrastre C_d , que resulta proporcional al cuadrado de la velocidad (Sokal 2010, Edwards *et al.*, 2001), en cuyo caso

$$m \frac{dv}{dt} = -mg + \frac{\rho}{2} C_d \pi r^2 v^2 \quad (2)$$

Donde ρ es la densidad del fluido. La ecuación (2) puede ser integrada como:

$$z(t) = z_0 - \frac{3\rho C_d}{8r\rho_w} \ln \left| \cosh \left(-t \sqrt{\left(\frac{3\rho g C_d}{8r\rho_w} \right)} \right) \right| \quad (3)$$

En estas consideraciones se supone que la masa y radio de la gota no varían. Sin embargo las gotas de lluvia durante su trayectoria en la atmosfera pueden sufrir colisiones, fusiones y acreción por condensación; en cuyo caso hay que hacer hipótesis sobre la tasa de variación de la masa; bien suponiendo que es proporcional a la sección transversal (arrastre solamente) o proporcional al volumen de la gota (arrastre y coalescencia) (Sokal 2010)

$$\frac{dv}{dt} = \lambda m^\alpha v^\beta \quad (4)$$

Donde λ es una constante de acoplamiento.

La ecuación (4) incluye los dos modelos más comunes como son: acreción proporcional a la superficie de la gota de lluvia ($a = 1, \beta = 0$) con resultado de aceleración proporcional a $g/4$, y el crecimiento proporcional al volumen de la gota ($a = 2/3, \beta = 1$) con resultado de aceleración proporcional a $g/7$. En cuyo caso resulta una velocidad de la gota $v \propto r^2$ (Edwards *et al.*, 2001, Krane, 1981) luego de integración numérica del conjunto de ecuaciones diferenciales acopladas y no lineales.

A pesar de los avances teóricos sobre el problema aerodinámico de las gotas de lluvia (The raindrops Problem, por su denominación anglosajona) aún persisten dudas sobre la validez empírica y/o generalizada, de los modelos del crecimiento del tamaño de las gotas durante su tránsito atmosférico (Sokal, 2010) y sobre la predicción de la distribución de velocidades para una precipitación concreta (Lee y Robinson, 2010) Estos valores son decisivos para la calibración de la reflectividad de los radares meteorológicos. Por lo tanto vale preguntar si los valores obtenidos para el tamaño y velocidad de las gotas de lluvia en otras regiones o países se aplican a las

precipitaciones locales; toda vez que no hay estudios nacionales sobre el empleo de disdrómetro en los Servicios nacionales de meteorología (Instituto Nacional de Meteorología e Hidrología y/o el Servicio de Meteorología de la Fuerzas Armadas Nacionales). En tal sentido, el objetivo del presente trabajo es presentar el estudio piloto acerca del tamaño y velocidad de las gotas de lluvia en la Ciudad de Valencia, y contrastar con los modelos analíticos existentes. Para ello se presenta en la sección II la construcción del disdrómetro en el Laboratorio de Física de la Atmosfera y espacio Ultraterrestre de la Universidad de Carabobo, junto a la metodología empleada para cuantificar las precipitaciones ocurridas en las adyacencias de la sede de Bárbula de la Universidad de Carabobo, durante la temporada de mayor pluviosidad del año 2020, en los meses Agosto-septiembre (seccion3). La discusión y significancia de las mediciones se presenta en la sección 4 y finalmente las conclusiones en la última sección.

2. Metodología

Los datos de pluviosidad fueron colectados con instrumentos colocados en la estación de observación localizada en municipio Naguanagua, Valencia, Estado Carabobo, Venezuela, en las coordenadas 10:16,378 N 68:01,37 W y 520 m.s.n.m.; despejado y alejado de construcciones y con visibilidad de 360°. Todas las medidas se efectuaron en el mismo lugar, luego de 5 minutos aproximadamente después de iniciada la precipitación. Los datos de temperatura y presión fueron promediados junto a las 10 mediciones efectuadas para cada evento de lluvia. Todas las medidas de gotas de lluvia se realizan con lluvias moderadas a fuertes, verificables mediante la previsión satelital, pues son las que tienen interés meteorológico, agronómico e hidráulico. El instrumento de detección consistió en un disdrómetro óptico infrarrojo, construido siguiendo las características propuestas por (Falcón *et al.*, 2013). Consiste en un circuito emisor infrarrojo IR con un diodo IR333C y un temporizador LM555, en configuración monoestable, como generador de pulsos de la señal de emisión. Un sistema de detección IR similar, conectado a un amplificador operacional TL082, que envía la variación del voltaje, proporcional a la intensidad IR detectada, a un osciloscopio. Un sistema óptico permite focalizar la señal sobre el emisor-receptor y genera un frente de onda IR plano en un área circular de 5cm de radio dentro de la cual caen las gotas de lluvia (figura 1).

El diseño del disdrómetro óptico se fundamenta en la interrupción parcial de un haz de luz infrarroja por las gotas de lluvia. Parte de esa luz infrarroja se absorbe por los estados vibracionales y rotacionales característicos del agua, cuya absorbancia está en el rango 800-1000 nm. El principio de funcionamiento se basa en la Ley de radiación de Kirchhoff, según la cual la respuesta en tensión es directamente proporcional a la sección transversal del objeto que genera la opacidad y a la longitud de onda empleada IR (940 nm). La constante de proporcionalidad; el coeficiente de absorción infrarroja del agua a temperatura ambiente; se evaluó empíricamente con chorros de agua de lluvia previamente colectada y agua destilada; resultando $0,9 \pm 0,15V/mm$ (Falcon *et al.*, 2013).

En cada evento pluviométrico (lluvia) se tomaron al menos diez fotogramas efectivos; cuidando que la relación señal ruido fuera superior a 5 rms de la señal medible. Para el radio de las gotas se usa la relación de absorbancia, descrita a continuación:

$$r \pm \delta r = \frac{\Delta V}{0,9(V/mm)} \pm \left[\frac{\delta V}{0,9} + \frac{\Delta V}{(0,9)^2} (\delta \lambda_{abs}) \right] \quad (5)$$

Donde δr es el error o incertidumbre del radio, $\delta V = 0,1$ la precisión del voltaje del osciloscopio y $\delta \lambda_{abs} = 0,15$ error del coeficiente de absorción.

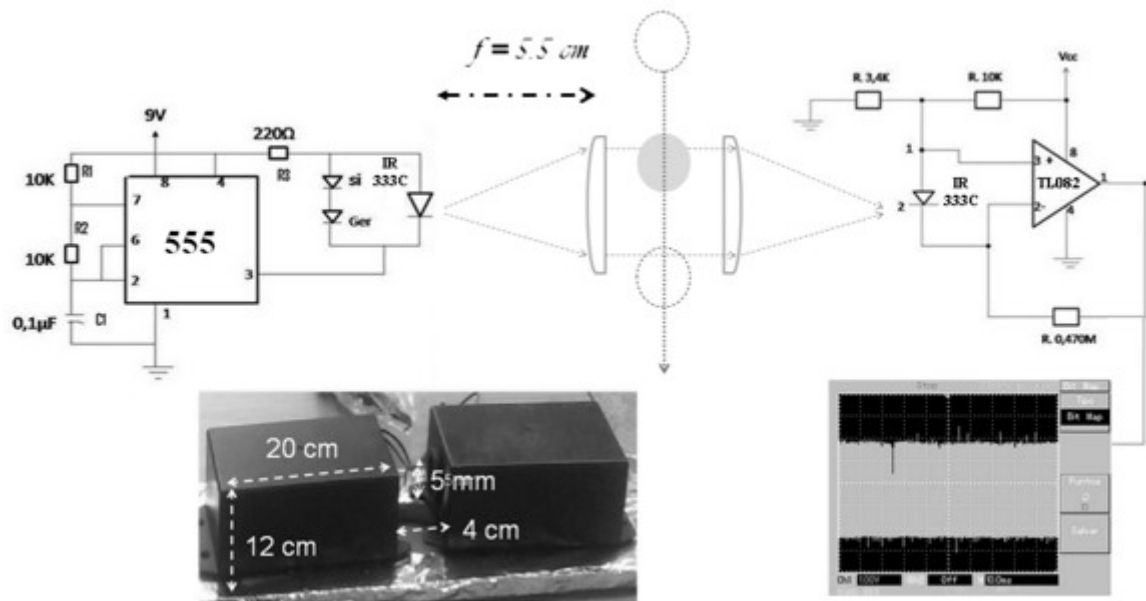


Figura 1: Dispositivo experimental (disdrómetro), circuito emisor, sistema óptico, circuito sensor, y dimensiones generales.

La velocidad instantánea de una gota a nivel de superficie, puede evaluarse a través del tamaño del haz de luz implementado en el sensor infrarrojo ($h = 5 \text{ mm}$) donde desciende la gota y Δt es el periodo lo medido en el osciloscopio, según la relación siguiente:

$$v \pm \delta v = \frac{h}{\Delta t} \pm \left[\frac{y \delta h}{\Delta t} + \frac{h}{\Delta t^2} (\delta t) \right] \quad (6)$$

Donde δv es el error o incertidumbre de la velocidad, $\delta h = 0,05 \text{ mm}$ la precisión del tamaño del haz de luz y $\delta t = 0,25 \text{ ms}$ precisión del tiempo del osciloscopio.

Análogamente, la separación temporal (ΔT) en los oscilogramas, entre dos eventos sucesivos de opacidad debida a gotas de lluvia informa sobre la tasa de rapidez e intensidad de la precipitación (frecuencia). Las medidas tomadas sobre los oscilogramas, captados por la memoria interna del dispositivo (fotogramas) se ilustran en la figura 2.

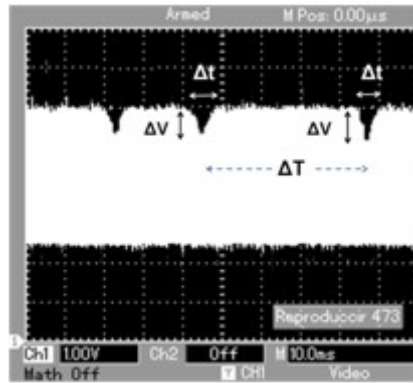


Figura 2: Infografía de la data recabada en los oscilogramas.

3. Resultados

La figura 3 ilustra una colección de los datos de la lluvia acaecida el 2020-08-06; los fotogramas se captan con intervalos previstos de cinco minutos entre cada uno, o a intervalos variables a lo largo de una hora cuando la relación señal ruido o la detección no fuera óptima.

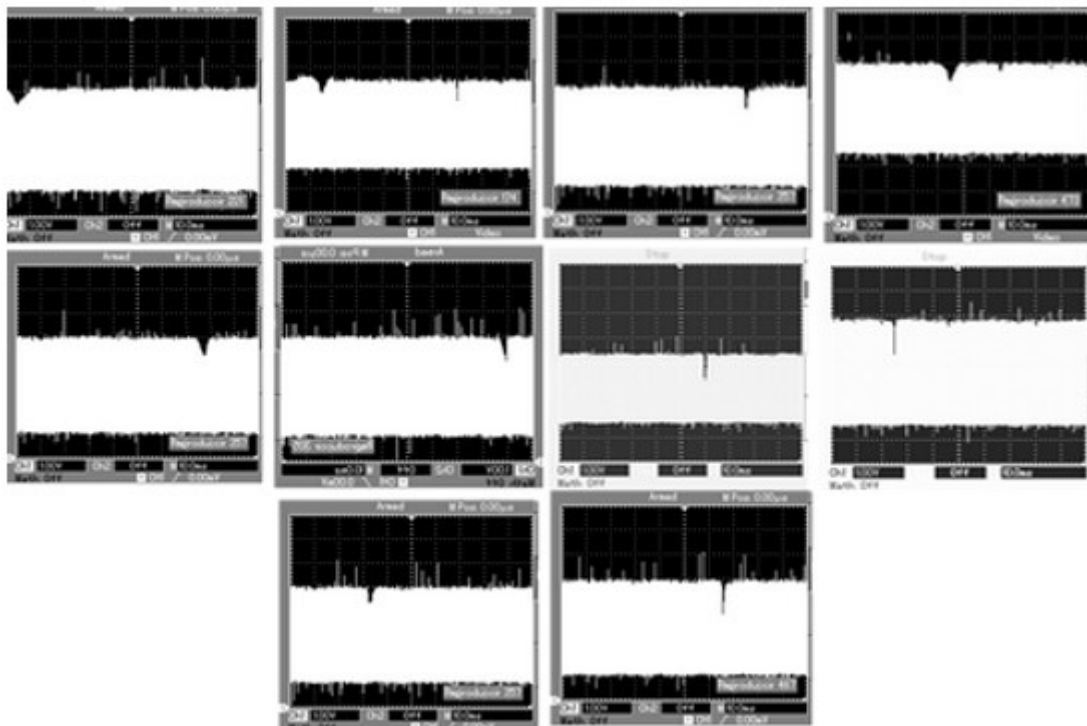


Figura 3: Oscilogramas obtenidos del evento 2020-08-06.

Durante la estación húmeda en Valencia, los meses de julio a octubre, particularmente en agosto y septiembre se produce la mayor cantidad de precipitaciones, para un total de 31 días con lluvia sobre un universo muestral de 61 días, esto es 50% o inter diario en promedio. Los datos recabados se resumen en la tabla 1. Los valores de temperatura y presión son los medidos in situ cada 15 minutos por medio de una estación automatizada, y se promedian para cada evento.

Tabla 1: Valores medios de las magnitudes medidas de las gotas de lluvia y magnitud de presión y temperaturas asociadas a la pluviosidad.

Evento Fecha	radio medio mm \pm 0,01	Velocidad media m/s $\pm 0,1$	Volumen medio (μL) \pm 0,05	Temperatura media superficial $^{\circ}C \pm 0,1$	Presión media mBar $\pm 0,1$
2020-08-05	0,8	12,6	2,14	23	1013
2020-08-06	1,2	9,3	7,21	24	1013,2
2020-08-09	2,2	6,1	44,46	22	1012,8
2020-08-10	1,6	9,76	17,10	23	1012
2020-08-11	2,8	5,6	91,66	23,6	1011,2
2020-08-12	1,6	7,4	17,10	24	1011,4
2020-08-13	2,2	7	44,46	22,1	1011
2020-08-15	4	7,5	267,22	22	1012,3
2020-08-16	0,8	13,5	2,14	22,9	1011,5
2020-08-21	1,4	10,15	11,46	23	1013,8
2020-08-22	0,34	14,9	0,16	22	1012
2020-08-26	1,6	7,89	17,10	23,8	1011,4
2020-08-31	0,4	14,6	0,27	22	1013,4
Promedio Agosto	1,21	10,52	37,8	22,9	1012,2
2010-09-01	0,93	12	3,36	23	1012
2020-09-02	2,01	6,99	33,91	23	1012
2020-09-03	1,04	11,4	4,70	22	1011,3
2020-09-04	1,15	11,07	6,35	23	1011,3
2020-09-05	1,42	8,56	11,96	22	1011,3
2020-09-07	1,1	11,3	5,56	22	1011,4
2020-09-09	1,2	10,1	7,21	23	1011,4
2020-09-11	1,4	8,9	11,46	24	1012,2
2020-09-15	1,3	9,8	9,17	23,1	1013,8
2020-09-16	1,25	10,9	8,15	23	1012
2020-09-18	1,06	11,1	4,97	23,4	1011,4
2020-09-20	0,89	13,2	2,94	23	1012,4
2020-09-21	1,32	10,1	9,60	22	1011
2020-09-24	1,21	10,4	7,40	21	1011
2020-09-25	1,4	8,8	11,46	21,6	1011,2
2020-09-26	1,16	11	6,52	23	1011,5
2020-09-29	0,78	12,5	1,98	21,7	1011
2020-09-30	1,19	11,2	7,04	22	1011,3
Promedio Septiembre	1,58	9,74	8,54	22,5	1011,6

Las condiciones meteorológicas promedio son estándares para Valencia en épocas del periodo lluvioso. Se reporta una temperatura media diurna, a la sombra, de 22,9°C y 22,5°C para los meses de agosto y septiembre, y presión superficial de 1011-1012 mbar. Las series temporales de la figura 4 permiten apreciar cualitativamente la dispersión del muestreo. Un análisis estadístico más profundo requiere comparar con periodos de tiempo más largos (otros meses y años) de modo de establecer características relevantes con alguna certidumbre. Sin embargo la dispersión de solo 2°C en la temperatura respecto a su valor medio; y de solo 2 mbar respecto de la presión media, informa de la homogeneidad de la muestra recabada sobre un periodo lluvioso típico en comparación a los registros nacionales históricos.

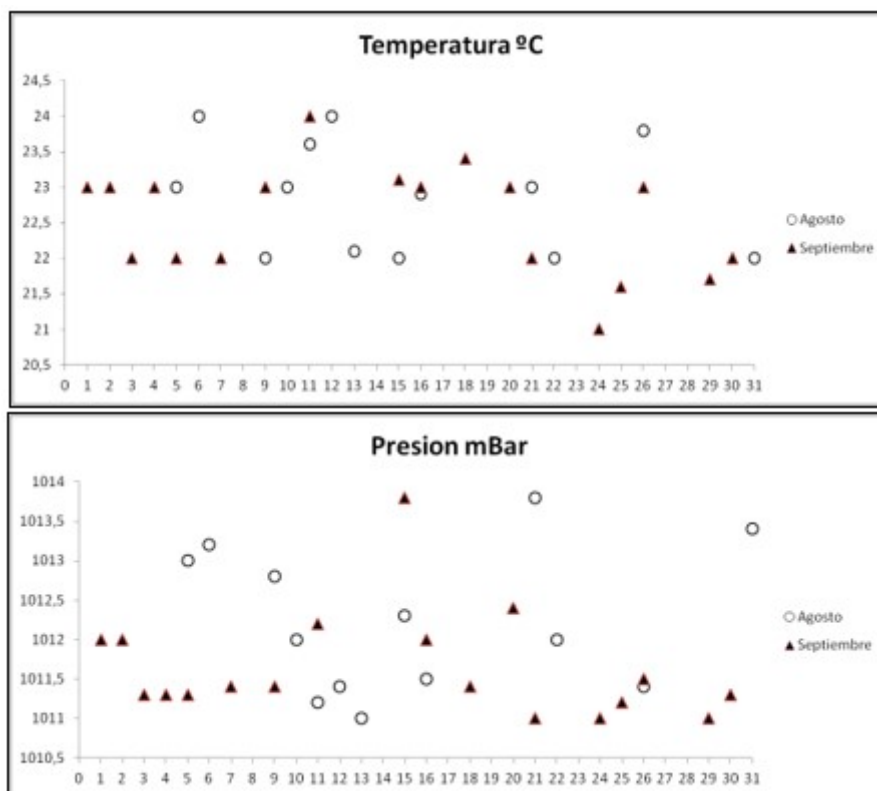


Figura 4: Series temporales de temperatura y presión entre agosto-septiembre, 2020.

En relación al radio y velocidad de las gotas de lluvia se obtuvieron valores similares en promedio para los meses de agosto y septiembre; alcanzando valores de 1,58 mm y 9,74 m/s y 1,21 mm y 10,52 m/s respectivamente (Tabla 1). El valor más alto para el radio medio de las gotas en agosto pudiera deberse a los eventos de lluvia particularmente fuertes o intensas que ocurrieron los días 9, 11, 13 y 15 de agosto, como se aprecia en la figura 5. Se observa mayor dispersión y fluctuación para el mes de agosto en comparación a la serie temporal de septiembre (Figura. 5) por la ocurrencia de condiciones sinópticas de paso de ondas tropicales muy cerca a la costa carabobeña en los días señalados de agosto y el 2 de septiembre.

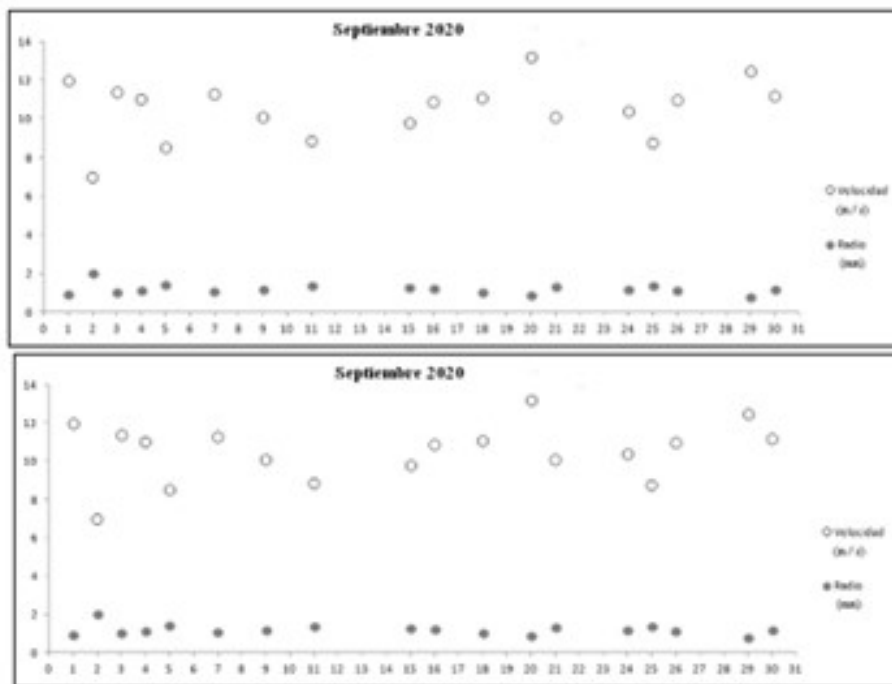


Figura 5: Series temporales pluviométricas entre agosto-septiembre, 2020.

3.4. Cambios observados en las tendencias de los indicadores

El radio de las gotas obtenido muestra una gama de valores entre 0,4-4 mm, con mayor acumulación en el rango 0,8-2,2 mm; como se aprecia en los dos primeros paneles de la figura 6. La distribución de velocidades respecto al radio no se ajusta a la predicción de la ecuación (1), Ley de Stokes por la presencia de un término proporcional linealmente a r y un término independiente como se aprecia en el panel central. Tampoco parece corresponder los datos empíricos con una ley simple de distribución de decaimiento exponencial como se aprecia en el panel izquierdo de la figura 6; que se esperaría si la variación de la masa siguiera una distribución como en la ec. (4). Salvo por la ocurrencia de los valores extremos, la distribución velocidades parece mejor ajustada por una dependencia con $r^{-0.5}$, tal y como se aprecia en el panel derecho.

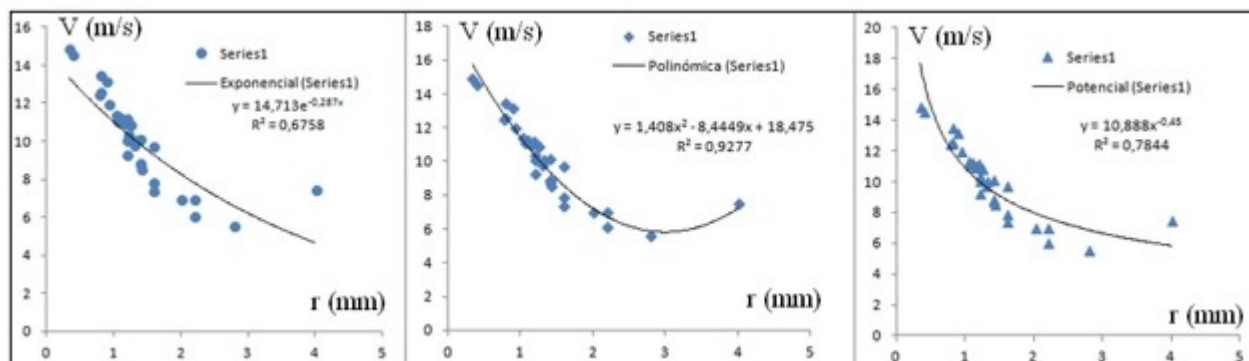


Figura 6: Análisis de la distribución de velocidades y radios de las gotas de lluvia.

4. Discusión

Debido al gradiente térmico de la troposfera, y al hecho que el punto de englamamiento del agua está alrededor de 277 K, las gotas de agua líquida no pueden formarse altitudes mayores de 3,56 km. A esa altitud la presión atmosférica es del orden de 0,66 atm. Aparte de la coalescencia, una gota de agua que cae verticalmente en la atmosfera terrestre, solo puede variar su radio debido a la dilatación térmica volumétrica y al cambio en la tensión superficial. Si fuera una burbuja de gas habría un cambio barotrópico del volumen, pero la gota de agua (líquida) es un fluido incompresible. El coeficiente de dilatación volumétrica del agua es del orden de $\alpha = 2,110^{-4}K^{-1}$; y la diferencia de temperatura máxima posible sería la existente entre la altitud de 3,56 km y la superficie; esto es $\Delta T \approx 23$ K. Así, el factor de dilatación térmica de la gota que cae en un gradiente de temperatura troposférico es $\alpha\Delta T < 0,01$, vale decir la gota crecería debido a la dilatación térmica en menos de un 1% de su volumen. Por otra parte, la Ley de Laplace para la tensión superficial (Laplace, 1805) establece la relación entre el radio de curvatura de superficie esférica libre de un líquido, con la diferencia entre las presiones interna (P_i), y externa (P_{ext}) respecto a dicha superficie:

$$\Delta P = P_i - P_{ext} = \frac{\sigma}{r} \quad (7)$$

Donde σ representa la tensión superficial. Para el agua $\sigma = 74,6mN/m \pm 0,4$ en el rango de temperatura presión troposférico y para humedad relativa entre 30-100% (Jiménez, 2012).

Como la gota es incompresible su presión interna, debida a las fuerzas de cohesión molecular (interacción de van der Waals), debe permanecer constante, pero la presión externa irá aumentando a medida que la gota desciende, disminuyendo la cantidad ΔP . Como σ es constante entonces la disminución de ΔP es ocasionada por el aumento del radio de curvatura, es decir por crecimiento del radio de la gota a consecuencia de moverse en el gradiente barotrópico atmosférico. Por lo tanto

$$\frac{d\Delta P}{dz} = \frac{d(P_i - P_{ext})}{dz} = -\frac{\sigma}{r^2} \frac{dr}{dz} \quad (8)$$

En la troposfera el gradiente de presión es (Falcon 2007):

$$P_{ext} = P_0 e^{-\Gamma z} \quad (9)$$

Donde $\Gamma = 0,116$ km⁻¹ es el inverso de la escala de altura de la presión, y P_0 la presión a nivel del mar (1,011 105 Pa). Luego

$$\frac{d\Delta P}{dz} = -\Gamma P \cong -\Gamma \Delta P \quad (10)$$

Pues se ha supuesto que la presión interna permanece constante en el rango de alturas considerado. De (8) y (10) se sigue que

$$-\frac{\sigma}{r^2} \frac{dr}{dz} = -\frac{1}{r} \left(\frac{\sigma}{r} \right) \frac{dr}{dz} = -\Gamma \Delta P \quad (11)$$

Entonces

$$\frac{dr}{dz} = -\Gamma r \quad (12)$$

Y obtenemos el cambio en el radio r respecto a la escala de altura de la presión, como:

$$r(z) = r_0 e^{\Gamma z} \equiv r_0 e^{0,116z} \quad (13)$$

que expresa que una gota de radio inicial, digamos 1 mm generada a 3,5 km de altitud, llegara a la superficie con un radio de 1,5 mm; y de 1,26 mm si se genera en la base de una nube de 2 km de altitud. Adviértase que este cambio en el tamaño de la gota es producido únicamente por la variación la tensión superficial durante la trayectoria a través del gradiente barotrópico atmosférico. Las gotas formadas por cristales de hielo en las nubes tiene una distribución típica entre $0,5 < r_0 < 1,2$ mm luego su tamaño medio al llegar a la superficie crecerá hasta $0,8 < r < 1,8$ mm. Es claro que la observación a nivel de superficie de gotas de dimensiones mayores que ese rango se deben entonces a fenómenos de acreción de las gotas durante su trayectoria descendente, bien por coalescencia, bien por arrastre de micro gotas suspendidas que se adhieren a la superficie o por condensación de vapor sobre la superficie más fría de la gota descendente. Como quiera que estos procesos son significativos solo para gotas de tamaño mayores a 2,5 mm se puede explicar porque los valores promedios del radio de las gotas son menores que 1,8 mm. Bajo estas consideraciones, es lícito suponer que para las gotas de tamaño $0,8 < r < 1,8$ mm, solo la contribución de la sustentación aerodinámica es relevante, en cuyo caso es válida la relación (3), que al derivar obtenemos:

$$v(t) = -\sqrt{\left(\frac{8\rho_w}{3\rho C_d}\right) gr} \tanh \left[-t\sqrt{\left(\frac{3\rho C_d g}{8\rho_w r}\right)} \right] \quad (14)$$

La velocidad final, en superficie puede aproximarse al tomar el límite en (14) y obtenemos:

$$v = -\sqrt{\left(\frac{8gp_w}{3\rho C_d}\right) r} \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\tanh \left[-t\sqrt{\left(\frac{3\rho C_d g}{8\rho_w r}\right)} \right] \right) \cong -kr^{-0,5} \quad (15)$$

Esta expresión, obtenida suponiendo la atmosfera como un fluido laminar, sin turbulencia y para gotas con masa constante, permite el re-análisis de los datos. Como se observa en la figura 7, el ajuste para los meses de agosto (panel izquierdo) y septiembre (panel central) muestran buena correlación para una dependencia funcional $\log v \approx -0,5 \log r$, si bien en ambos casos queda como sub y sobre estimada respecto a lo esperado de acuerdo con (15), pero puede deberse a la inclusión de los valores extremos de radios de gotas fuera del rango $0,8$ a $1,8$ mm. En efecto al incluir la data completa de ambos meses y comparar con la curva teórica con exponente $-0,5$, vemos un mejor ajuste como en el panel derecho de la figura 7.

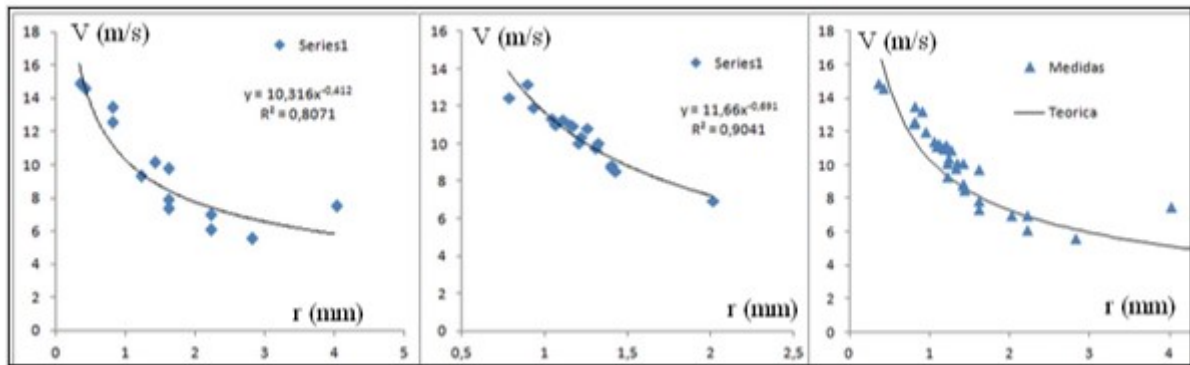


Figura 7: Re-análisis de los datos. Mes agosto (Izq.) Mes de septiembre (centro) y ambos meses comparados con la expresión teórica (der.).

5. Conclusiones

El empleo del Disdrómetro óptico IR utilizado mostro su eficacia para determinar el tamaño y velocidad de las gotas de lluvia en las precipitaciones moderadas y fuertes acaecidas en el periodo considerado en la Ciudad de Valencia. Las estadísticas de pluviosidad sobre Valencia, en el periodo lluvioso agosto-septiembre 2020 se corresponden con los registros meteorológicos históricos, con lluvias inter diarias y mayoritariamente de moderadas a fuertes. Los resultados muestran valores medios para las gotas de lluvia de $r = 1,4 \pm 0,1$ mm y $v = 10,2 \pm 0,1$ m/s para los radios y velocidades respectivamente. Las distribución de las precipitaciones locales moderadas y fuertes siguen una relación de $\log v = -0,5 \log r$; en concordancia con los modelos aerodinámicos para flujos troposféricos laminales sin crecimiento de las gotas por coalescencia ni acreción. Estos procesos de crecimiento de las gotas de lluvia parecen importantes en las precipitaciones de mayor intensidad (muy fuertes) del periodo considerado, donde se detectaron gotas de radio medio superior a 2 mm.

Referencias bibliográficas

Edwards BF, Wilder JW Scime EE (2001): Dynamics of falling raindrops. *Eur. J. Phys.*, 22:113–118. Disponible en: www.iop.org/Journals/ej

Falcón N, Vega C (2007): La atmosfera terrestre, Ed. Meteorología y Física Atmosférica: visión novel del cambio climático global. Fondo Editorial APUC Valencia Venezuela. Disponible en: https://www.academia.edu/34329954/Meteorolog%C3%ADa_y_Fisica_atmosferica_Vision_Novel_del_Cambio_Climatico_Global?auto=download

Falcón N, Garzón J, Falcón O, Viñas-García R (2013): Disdrómetro óptico de bajo costo para la determinación del tamaño y velocidad de las gotas de lluvia. *Revista de Climatología*, 13:49-60. Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7416790&orden=0&info=link>

Falcón N (2013): Dinámica de Fluidos y Fenómenos de Transporte. Ed. Academia Española, Madrid. Disponible en: <https://www.bookdepository.com/es/publishers/EA-Editorial-Academia-Espanola>

Jiménez de Pablo S (2012): Determinación Experimental de Tensión Superficial del agua en cámara micro-reológica. [Tesis de Grado]. Universidad Carlos III de Madrid, España. Disponible en: https://e-archivo.uc3m.es/bitstream/handle/10016/15895/pfc_estela_jimenez_de-pablo.2012.pdf;jsessionid=044F1876D34D23389658B1FA409FAD84?sequence=2

Krane KS (1981): The falling raindrop: Variations on a theme of Newton, *Amer. J. Phys.*, 49:113–117. Disponible en: https://ui.adsabs.harvard.edu/link_gateway/1981AmJPh..49..113K/doi:10.1119/1.12537

Laplace PS (1805): *Traité de Mécanique Céleste*, volumen 4, París Courcier, Supplément au dixième livre du *Traité de Mécanique Céleste*, pp. 1–79. Disponible en: http://books.google.com/books?id=_A8OAAAAQAAJ&pg=RA1-PA1#v=onepage&q&f=false

Lee TW, Robinson D (2010): Calculation of the drop size distribution and velocities from the integral form of the conservation equations. *Combustion Science and Technology* 183(3). Disponible en: <https://doi.org/10.1080/00102202.2010.519362>

Mungan CE (2010): More about the falling raindrop. *Am. J. Phys.*, 78(12):1421. Disponible en: https://www.academia.edu/610341/More_about_the_falling_raindrop

Partovi MH Aston DR (1989): The generalized raindrop problema. *Am. J. Phys.*, 57:912. Disponible en: <https://doi.org/10.1119/1.15846>

Sokal AD (2010): The falling raindrop, revisited *Am. J. Phys.*, 78:643. Disponible en: https://ui.adsabs.harvard.edu/link_gateway/2010AmJPh..78..643S/doi:10.1119/1.3246871

Szakálla M, Mitraa SK, Stephan Borrmann KD (2010): Shapes and oscillations of falling raindrops A review. *Atmospheric Research*, 97(4):416–425. Disponible en: https://ui.adsabs.harvard.edu/link_gateway/2010AtmRe..97..416S/doi:10.1016/j.atmosres.2010.03.024

Tapiador FJ, Kacimi S, de Castro M, Levizzani V, Katsanos D, García-Ortega E (2015): Precipitation Science: Observations, Retrievals, and Modeling, *Advances in Meteorology*. Disponible en: <https://doi.org/10.1155/2015/843403>