

Aprendizaje de fracciones en la educación básica empleando el aritmoplano

Eutemio Celestino De la Cruz Bonifacio^{1*}, Jessica Paola Palacios Garay¹

¹ Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Perú.

*Autor para correspondencia: Eutemio Celestino De la Cruz Bonifacio, eutem@hotmail.com

(Recibido: 20-09-2023. Publicado: 30-10-2023.)

DOI: 10.59427/rcli/2023/v23cs.2619-2626

Resumen

El aprendizaje de las fracciones en la educación básica e incluso en los primeros grados de secundaria presenta dificultades debido a que es un concepto complejo que tiene diversos significados. El estudio tuvo como objetivo determinar la influencia del Aritmoplano en el aprendizaje de fracciones en estudiantes del VI ciclo de educación pública. El enfoque de investigación fue cuantitativo, de diseño cuasi - experimental, tipo aplicado y nivel explicativo; y la muestra fue de 116 estudiantes dividido en grupo control y experimental. En el pretest ambos grupos obtuvieron resultados coincidentes y luego de la implementación del material didáctico presentaron diferencias significativas en el postest, el grupo experimental obtuvo 34.48 % de estudiantes en el nivel logrado frente al 12.07 % del grupo control y el rango promedio del grupo control fue 47.19 y del experimental fue 69.81. Se concluye que la influencia del material didáctico en el aprendizaje de fracciones en estudiantes del VI ciclo es significativa, permitió mejorar la comprensión de los diferentes significados de las fracciones y resolver problemas que involucren a las operaciones con fracciones.

Palabras claves: Aprendizaje de fracciones, material didáctico, competencias matemáticas.

Abstract

Learning fractions in basic education and even in the first grades of secondary school presents difficulties because it is a complex concept that has various meanings. The objective of the study was to determine the influence of the Arithmoplano on the learning of fractions in students of the VI cycle of public education. The research approach was quantitative, with a quasi-experimental design, applied type and explanatory level; and the sample was 116 students divided into control and experimental groups. In the pretest, both groups obtained coincident results and after the implementation of the teaching material they presented significant differences in the posttest, the experimental group obtained 34.48 % of students at the achieved level compared to 12.07 % of the control group and the average range of the control group was 47.19 and the experimental one was 69.81. It is concluded that the influence of the teaching material on the learning of fractions in students of the VI cycle is significant, it allowed them to improve the understanding of the different meanings of fractions and solve problems that involve operations with fractions.

Keywords: Learning fractions, teaching materials, mathematical skills.

1. Introducción

La matemática es una de las disciplinas priorizadas en la formación integral de las personas para desempeñarse en forma satisfactoria en las actividades diarias que la sociedad actual demanda. Lograr la alfabetización matemática por todos los jóvenes en nociones básicas de Aritmética es un objetivo mundial aprobado por las Naciones Unidas en su septuagésimo periodo de sesiones (Naciones Unidas, 2015). En cuanto al aprendizaje de los números racionales y en particular el de las fracciones, a pesar de las diversas estrategias y recursos empleados sigue demandando oportunidades de mejora. Las dificultades en el aprendizaje de las fracciones en la educación básica son de reconocimiento internacional, es señalado como uno de los conceptos que presenta mayor dificultad a los estudiantes de la educación básica (Aguilar et al., 2022; Ávila, 2019; Butto, 2013; Fandiño, 2007; Parra y Carmona, 2021). Estas dificultades están asociados a la escasa comprensión conceptual de los diferentes significados de las fracciones, a la falta de comprensión del sentido de las operaciones y los errores debido a la extrapolación operativa de los números naturales a las fracciones (Arenas, 2018; Butto, 2013; Gabriel et al., 2013; Fandiño, 2009; Fazio y Siegler, 2011). Al respecto, Arenas-Peñaloza y Rodríguez-Vásquez (2021) consideraron que la baja comprensión conceptual de las fracciones es una problemática a atenderse por su importancia en la comprensión de otros conceptos matemáticos; mientras que Martínez et al. (2021) señalaron que los estudiantes del nivel básico tienen dificultades para comprender y emplear las fracciones, siendo importante que interpreten las fracciones en forma correcta porque son la base para el aprendizaje de otros constructos.

Respecto a las dificultades en la enseñanza de las fracciones y factores vinculados con la formación docente, Salazar (2021) sostuvo que las estrategias de enseñanza de un porcentaje alto de docentes no favorece la comprensión de las fracciones; asimismo, Hincapié (2011) concluyó que los docentes de primaria no poseen la comprensión adecuada de los significados de las fracciones y de sus relaciones. Mientras que en un estudio realizado por encargo del Ministerio de Educación (MINEDU, 2016) se hace mención que los docentes de sexto grado tienen dificultades al resolver problemas sobre fracciones como operador y razón. Las dificultades en la enseñanza-aprendizaje de las fracciones motivaron la realización del presente estudio, en la que se aplicó un material concreto de elaboración propia, denominado el Aritmoplano, con la finalidad de determinar su influencia en la comprensión conceptual de las fracciones, en el manejo de las operaciones y en la resolución de problemas vinculados a las fracciones. Sus resultados serán de utilidad para incentivar su empleo en el aprendizaje del campo temático de las fracciones. El estudio tiene como variable independiente el empleo del Aritmoplano como material didáctico, el cual se puso en práctica por vez primera en un aula de aprendizaje por considerar relevante en la construcción de los aprendizajes de las fracciones. Respecto a la utilidad de los materiales didácticos en la enseñanza-aprendizaje de las fracciones, Llinares y Sánchez (1997) sostuvieron que el aprendizaje de los diferentes significados de las fracciones y de las operaciones no se retienen con facilidad cuando los conceptos no han sido formados a partir de situaciones concretas; asimismo, Stelzer et al. (2019) señalaron que se puede mejorar el aprendizaje de las fracciones mediante el uso de materiales didácticos y las estrategias didácticas que promuevan el desarrollo de la atención, el lenguaje, la inteligencia y la memoria de trabajo. Por otro lado Galobart (2023) demostró que el empleo de materiales didácticos y el juego permiten desarrollar las competencias matemáticas en fracciones.

La implementación del material didáctico se realizó en el marco del enfoque de resolución de problemas y los procesos pedagógicos propuestos en MINEDU (2016b), los estudiantes del grupo experimental emplearon el Aritmoplano para la representación concreta del problema o del objeto matemático, y a partir de ello emplearon otras formas de representación como la gráfica y numérica para la construcción de sus aprendizajes; mientras que los del grupo control tuvieron clases habituales sobre las fracciones. Como bases teóricas de la variable aprendizaje de fracciones se consideraron a las teorías sobre la formación de conceptos matemáticos, entre ellos a la Teoría de campos conceptuales de Vergnaud (1990) quien explicó el proceso de conceptualización mediante el término “esquema” a la que definió como el conjunto de conocimientos y acciones para resolver una situación o problema, consideró que la comprensión de un concepto matemático es mediante el establecimiento de una red de conceptos y relaciones vinculados sobre el concepto. Por su parte, Perie y Kieren (como se citó en Arenas, 2018) propusieron ocho niveles para el proceso de comprensión del concepto matemático, que se inicia en la identificación de los saberes previos, luego realizar actividades diversas, representaciones, generalizaciones, la formalización, establecer conexiones, la argumentación y justificación hasta lograr la comprensión completa del concepto matemático. Por otro lado, Duval (2002) consideró el empleo de las representaciones semióticas como condición para el aprendizaje de la matemática, señaló que toda actividad cognitiva implica transformación de representaciones semióticas, y que la comprensión de algún objeto matemático es por la conversión de una representación en otra y por la coordinación de al menos dos representaciones. Con relación al aprendizaje de fracciones, fue Kieren (1976, 1980) el primero en formular que el aprendizaje de las fracciones se da a través de los constructos de medida, cociente, operador y razón en su interrelación con la relación parte-todo y que su aprendizaje forma parte de la construcción del número racional; asimismo, Llinares y Sánchez (1997) consideraron que el aprendizaje de las fracciones es progresivo, es a través de la comprensión de los diferentes significados, señalaron que la fracción es un mega concepto a aprenderse en un plazo largo mediante sus interpretaciones de relación parte todo, medida, cociente, operador y razón, este proceso se debe iniciar con actividades de partición de objetos por los niños, la inclusión de conjuntos, la comparación de cantidades discretas, hasta la comprensión de las razones y esquemas de proporcionalidad.

Por su lado, Freudenthal (1983) sugirió que el aprendizaje de las fracciones se comience con el uso de materiales manipulativos y actividades de exploración y centrarse en la construcción de significados mediante los sentidos de división, de razón y el sentido de la medida. Fandiño (2009) consideró que la conceptualización de las fracciones es compleja y se realiza a través de sus diferentes interpretaciones que deben articularse en el proceso de aprendizaje de las fracciones, identificó hasta catorce interpretaciones. Para formular las dimensiones de la variable dependiente se consideró el enfoque centrado en la resolución de problemas y el desarrollo de la competencia matemática que propugna el Ministerio de Educación mediante el Diseño Curricular de la Educación Básica (MINEDU, 2016a). Con respecto al enfoque de resolución de problemas, en el documento denominado Rutas del Aprendizaje, el Ministerio de Educación (2015) recomienda su aplicación en la educación básica a partir de situaciones problema contextualizados; mientras que en la Programación Curricular del nivel secundaria, el Ministerio de Educación (MINEDU; 2016b) señala que el marco metodológico que orienta la enseñanza-aprendizaje de la matemática es el enfoque centrado en la resolución de problemas. En cuanto a la competencia matemática la Cooperación y el Desarrollo Económico (OECD, 2007) lo define como la capacidad de razonar, emplear lenguaje matemático, utilizar el cálculo, plantear conjeturas y estrategias de resolución de situaciones problemáticas; asimismo Coronel y Curotto (2008) sostuvieron que la aplicación de la competencia matemática implica realizar actividades de análisis, descubrimiento, comunicación, argumentación y reflexión cuando se resuelve la situación problemática; por su lado, Álvarez et al. (2011) consideraron que poseer competencia matemática significa usar conceptos, estrategias, datos y procedimientos matemáticos para resolver problemas.

Las dimensiones de la variable dependiente se elaboró a partir de la competencia Resuelve problemas de cantidad establecidos en MINEDU (2016a). En este documento normativo se hace mención que la competencia resuelve problemas de cantidad consiste en que el estudiante resuelva o plantee problemas que requieran de la construcción de nociones de cantidad y de número, comprenda el sentido de las operaciones y propiedades de los números, dando significado a las relaciones entre los datos y condiciones del problema. En el diseño curricular se consideran como capacidades de esta competencia a: traduce cantidades a expresiones numéricas, comunica su comprensión sobre los números y las operaciones, usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo, y argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones. Para el estudio, las capacidades de la competencia resuelve problemas de cantidad se consideraron como las dimensiones de la variable dependiente, se han adaptado al campo temático de las fracciones, siendo las dimensiones de la variable aprendizaje de fracciones: traduce problemas a expresiones fraccionarias, comunica su comprensión sobre las fracciones, usa estrategias y procedimientos de cálculo con fracciones y argumenta sobre las relaciones entre los significados de las fracciones y sus operaciones. Al respecto, Friz et al. (2008) señalaron que el aprendizaje de las fracciones forma parte del desarrollo de competencias matemáticas y debe contemplar el desarrollo de actividades de comparación, relación, verificación, comunicación y argumentación.

2. Metodología

El enfoque de la investigación fue cuantitativo, de diseño cuasi experimental, tipo aplicado y de nivel explicativo. El método de investigación utilizado fue el hipotético-deductivo. La población considerada para el estudio fueron los 142 estudiantes del VI ciclo de educación básica de una escuela pública del distrito de Carabayllo de Lima-Perú, la muestra fue no probabilística de 116 estudiantes, 58 estudiantes del grupo control y 58 del grupo experimental. La medición de la variable aprendizaje de fracciones y sus dimensiones se realizó mediante la técnica de prueba psicométrica y el instrumento fue el pre y post test consistente en una prueba escrita de 32 ítems, 8 por cada dimensión.

La validez del instrumento se determinó mediante el juicio de expertos, integrados por 5 docentes que tienen la especialidad de matemática y ostentan el grado de doctor o magister, quienes valoraron como aplicable el instrumento de medición de la variable aprendizaje de fracciones. La confiabilidad del instrumento se determinó mediante la fórmula de KR-20 con el resultado de un nivel de confiabilidad alta con 9,47 puntos; mientras que la prueba de normalidad se determinó mediante la prueba de Kolmogorof – Smirnov que arrojó un coeficiente significativo de valor $p > 0,05$ en el pre test y post test para la variable dependiente y sus dimensiones, este valor es señala que los datos no tienen una distribución normal, por lo que la prueba de hipótesis se realizó mediante la prueba no paramétrica de U de Mann Whitney.

3. Resultados

Los resultados luego de procesar los datos se presentan en las tablas con su respectivo análisis descriptivo tanto de la variable aprendizaje de fracciones y sus dimensiones. En la tabla 1 se señala que en pretest tanto el grupo control y experimental obtuvieron resultados coincidentes. En el postest del grupo control, un 6.9% se encuentran en inicio, un 84.5% se encuentra en proceso y 8.62% en nivel logrado; en el postest del grupo experimental un 67.2% se encuentran en proceso y el 32.8% en logrado del aprendizaje de fracciones.

Tabla 1: Niveles de aprendizaje de fracciones del pretest y post test.

Aprendizaje de fracciones	Grupo control				Grupo experimental			
	Pretest		Postest		Pretest		Postest	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Inicio	20	34.5	4	6.9	20	34.5	0	0
Proceso	37	63.8	49	84.5	38	65.5	39	67.2
Logrado	1	1.7	5	8.62	0	0	19	32.8
Total	58	100	58	100	58	100	58	100

En la tabla 2 se encontró que en el pretest ambos grupos, control y experimental obtuvieron resultados coincidentes. En el postest de grupo control un 5.2% se encuentran en inicio, un 81% se encuentra en proceso y el 13.8% en logrado; en el postest del grupo experimental un 63.8% se encuentran en proceso y el 36.2% en logrado de la dimensión traduce problemas a expresiones fraccionarias.

Tabla 2: Niveles de traduce problemas a expresiones fraccionarias del pretest y post test.

Traduce problemas a expresiones fraccionarias	Grupo control				Grupo experimental			
	Pretest		Postest		Pretest		Postest	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Inicio	18	31	3	5.2	20	34.5	0	0
Proceso	38	65.5	47	81	37	63.8	37	63.8
Logrado	2	3.4	8	13.8	1	1.7	21	36.2
Total	58	100	58	100	58	100	58	100

En la tabla 3 se observa que en el pretest tanto el grupo control y experimental obtuvieron resultados coincidentes. En el pretest de grupo control, un 6.9% se encuentran en inicio, un 82.8% se encuentra en proceso y el 10.3% en logrado; en el postest del grupo experimental un 3.4% en inicio, un 65.5% se encuentran en proceso y el 31% en logrado de la dimensión comunica su comprensión de las fracciones.

Tabla 3: Niveles de comunica su comprensión de las fracciones del pretest y post test.

Comunica su comprensión de las fracciones	Grupo control				Grupo experimental			
	Pretest		Postest		Pretest		Postest	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Inicio	21	36.2	4	6.9	21	36.2	2	3.4
Proceso	36	62.1	48	82.8	36	62.1	38	65.5
Logrado	1	1.7	6	10.3	1	1.7	18	31
Total	58	100	58	100	58	100	58	100

En la tabla 4 se visualiza que en el pretest el grupo experimental y control obtuvieron resultados coincidentes. En el postest del grupo control, un 6.9% se encuentran en inicio, un 86.2% se encuentra en proceso y el 6.9% en logrado; en el postest del grupo experimental un 3.4% en inicio, un 77.6% se encuentran en proceso y el 19% en logrado de la dimensión usa estrategias y procedimientos de cálculo con fracciones.

Tabla 4: Niveles de usa estrategias y procedimientos de cálculo con fracciones del pretest y post test.

Usa estrategias y procedimientos de cálculo con fracciones	Grupo control				Grupo experimental			
	Pretest		Postest		Pretest		Postest	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Inicio	24	41.4	4	6.9	21	36.2	2	3.4
Proceso	33	56.9	50	86.2	36	62.1	45	77.6
Logrado	1	1.7	4	6.9	1	1.7	11	19.0
Total	58	100	58	100	58	100	58	100

En la tabla 5 se encontró que en el pretest tanto el control y el experimental obtuvieron resultados coincidentes. En el postest del grupo control, un 12.1% se encuentran en inicio, un 84.5% se encuentra en proceso y un 3.4% en logrado; en el postest del grupo experimental un 5.2% en inicio, un 79.3% se encuentran en proceso y el 15.5% en logrado de la dimensión argumenta sobre las fracciones y sus operaciones.

Tabla 5: Niveles de argumenta sobre las fracciones y sus operaciones del pretest y post test.

Argumenta sobre las fracciones y sus operaciones	Grupo control				Grupo experimental			
	Pretest		Postest		Pretest		Postest	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Inicio	25	43.1	7	12.1	29	50	3	5.2
Proceso	33	56.9	49	84.5	29	50	46	79.3
Logrado	0	0	2	3.4	0	0	9	15.5
Total	58	100	58	100	58	100	58	100

En las tablas 6 y 7 se encontraron que los resultados del grupo control y del grupo experimental en el pretest no demuestran diferencias significativas en Aprendizaje de las fracciones de los estudiantes ($p \geq 0.05$), sustentado en que el rango promedio del grupo control con 58.31 y del grupo experimental con 58.69, así mismo el valor de la prueba U de Mann Whitney asciende a 1026,000. Por otro lado, se evidenció que el grupo control y experimental en el postest si muestran diferencias significativas ($p < 0.05$), encontrándose que el rango promedio del grupo control es 47.19 y del grupo experimental es notoriamente más alto con 69.81, dando un valor de $p=,000$, lo cual conlleva al rechazo de la hipótesis nula.

Tabla 6: El aprendizaje de las fracciones de los estudiantes en el pretest.

	Grupo	N	Rango promedio	Suma de rangos		Aprendizaje de las fracciones de los estudiantes Pre
Aprendizaje de las fracciones de los estudiantes Pre	Control	58	58,31	3382,00	U de Mann-Whitney	1671,000
	Experimental	58	58,69	3404,00	Z	-,061
	Total	116			Sig. asintótica(bilateral)	,951

Tabla 7: El aprendizaje de las fracciones de los estudiantes en el post test.

	Grupo	N	Rango promedio	Suma de rangos		Aprendizaje de las fracciones de los estudiantes Pos
Aprendizaje de las fracciones de los estudiantes Pos	Control	58	47,19	2737,00	U de Mann-Whitney	1026,000
	Experimental	58	69,81	4049,00	Z	-3,633
	Total	116			Sig. asintótica(bilateral)	,000

4. Discusión

Los resultados del estudio demostraron que la influencia del material didáctico denominado el Aritmoplano tiene un impacto significativo en el aprendizaje de las fracciones en estudiantes del VI ciclo de una escuela pública de educación básica, esta aseveración se sustenta en los resultados estadísticos e inferenciales y en la comparación con los resultados de otros estudios y en base a los aportes de los autores sobre el aprendizaje de la matemática y las fracciones. En el pretest tanto el grupo control y experimental tuvieron resultados similares, luego de la intervención en la que se empleó el material didáctico, el grupo experimental tuvo mejores resultados, el 67.2% se ubicaron en el nivel proceso y el 32.8% en el nivel logrado; mientras que el 7% de estudiantes del grupo control se encontraban en el nivel inicio, el 84.5% en proceso y sólo el 8.62% en el nivel logrado. Asimismo, según la prueba de U de Mann Whitney, el post test del grupo experimental tiene un valor $p < 0.05$ que permite afirmar la existencia de una diferencia significativa a favor de la implementación del material didáctico. En base a estos resultados se admite que el uso del Artimoplano como material didáctico concreto tiene influencia significativa en el aprendizaje de las fracciones en estudiantes del VI ciclo de educación básica regular.

Los resultados alcanzados permiten señalar que se logró el objetivo general, y estos resultados son similares a los alcanzados por Cazares (2022) quien logró demostrar que el uso de materiales didácticos como las regletas y los recursos digitales influyen positivamente en el aprendizaje de las fracciones; de igual manera, los resultados tienen coincidencias con lo alcanzado por Salazar (2021) quien concluyó que la estrategia de utilizar materiales recortados en la enseñanza de las fracciones favoreció la conceptualización de las fracciones y la resolución de problemas, en el post test los estudiantes del grupo control alcanzaron 8.39 puntos y los del grupo experimental 11.68 puntos. Asimismo, los resultados de Viviano (2021) son análogos a los obtenidos en el estudio, logró determinar que el material didáctico Mategrama basado en el método problémico contribuyó significativamente en el aprendizaje de los números racionales, en el post test el grupo experimental alcanzó 15.13 puntos en el promedio frente a los 12.33 del grupo control; también tiene relación directa con los resultados de Durand (2020) quien demostró la influencia significativa de un módulo basado en el uso de materiales educativos en el aprendizaje de los números racionales, en la que el grupo experimental obtuvo una media de 13.8 puntos frente a los 12.8 puntos del grupo control en el post test. Por otro lado, los resultados de la investigación se alinean con obtenidos por Galobart (2023), quien luego de aplicar una unidad didáctica basada en el empleo de material concreto y el

juego, concluyó que la estrategia potencia las competencias matemáticas en fracciones. Los resultados del grupo experimental señalan que el aprendizaje de las fracciones de acuerdo a las dimensiones establecidas es superior a sus pares del grupo control, significa que los estudiantes del grupo experimental han mejorado en su comprensión de los significados de las fracciones al desarrollar las cinco principales interpretaciones de las fracciones que consideraron Llinares y Sánchez (1997) como son la relación parte-todo y medida, y la fracción como cociente, razón y operador; asimismo el haber empleado diversas representaciones matemáticas como la manipulativa con el Aritmoplano, la representación gráfica y numérica, se vinculan con la propuesta de Duval (2002) quien consideró a la conversión de representaciones y la coordinación de dos o más representaciones como condiciones para la comprensión del objeto matemático. Por otro lado, el emplear el material didáctico para la representación concreta de los datos y condiciones del problema y su conversión a otras formas de representación, también implica que tuvo su impacto en los capacidades de traducir a expresiones fraccionarias, comunicar su comprensión de las fracciones, el establecer procedimientos de cálculo y en argumentar sobre los significados y operaciones con fracciones, lo cual está acorde con lo propuesto por el MINEDU (2016b) en cuanto al enfoque centrado en la resolución de problemas y el desarrollo de la competencia resuelve problemas de cantidad.

Con respecto a la influencia significativa del Aritmoplano como material didáctico en la traducción de problemas a expresiones fraccionarias, en el postest del grupo experimental un 36.2% se encuentra en nivel logrado frente a 13.8% del grupo control, y según la prueba inferencial de Mann Whitney se evidenció diferencias significativas ($p < 0.05$) rechazando la hipótesis nula. Según los indicadores de la dimensión realizadas a partir de MINEDU (2016b), los resultados del estudio mostraron que los estudiantes mejoraron en establecer relaciones entre los datos y condiciones de problemas sobre repartir, separar y comparar cantidades continuas y discretas usando los diferentes significados de las fracciones; asimismo se deduce que tuvieron una mejora en su capacidad de transformar a expresiones fraccionarias las relaciones entre datos y condiciones de problemas vinculados a operaciones con fracciones; como también hubo un impacto positivo en la comprobación de la conversión correcta a expresiones numéricas de situaciones problema.

Con relación al uso del Aritmoplano como material didáctico en la comunicación de la comprensión de las fracciones es significativa, en el postest del grupo experimental un 31% de estudiantes se encontraron en el nivel logrado frente al 10.3% del grupo control, el grupo control y experimental en el postest tuvieron diferencias significativas ($p < 0.05$) que permitió rechazar la hipótesis nula. De acuerdo a los indicadores elaborados en base a la programación curricular propuestos por MINEDU (2016b) los estudiantes del grupo experimental han tenido una influencia positiva en su capacidad de expresar su comprensión de los diferentes significados de las fracciones usando diversas representaciones; asimismo en su capacidad de expresar su comprensión de las operaciones con fracciones y sus propiedades mediante la representación concreta, gráfica y numérica. Los resultados hacen inferir que se ha mejorado en la comunicación matemática que según Niss, (2003) es expresar mediante textos escritos, visuales u orales los contenidos matemáticos con un nivel adecuado y representarlo mediante diversas representaciones.

Respecto a la influencia significativa del uso del Aritmoplano como material didáctico en el empleo de estrategias y procedimientos de cálculo con fracciones y se rechaza la hipótesis nula; en el pretest el grupo control y experimental obtuvieron resultados coincidentes, en cuanto a la prueba de hipótesis el grupo control y experimental en el postest mostraron diferencias significativas ($p < 0.05$), siendo el rango promedio 49.38 del grupo control y 67.62 del grupo experimental. De acuerdo a los indicadores de la dimensión en base a MINEDU (2016b) los estudiantes tuvieron influencia positiva en su capacidad de seleccionar y emplear estrategias de cálculo al resolver problemas sobre fracciones como operador y razón, y en su capacidad de usar estrategias de cálculo y procedimientos para resolver problemas vinculados a las operaciones con fracciones.

En cuanto a la influencia del uso del Aritmoplano como material didáctico en la argumentación sobre las relaciones de los significados de las fracciones y sus operaciones, y se rechazó la hipótesis nula. En el pretest el grupo control y experimental alcanzaron resultados coincidentes, se demostró que el grupo control y experimental en el postest presentaron diferencias significativas ($p < 0.05$), siendo el rango promedio del grupo control es 49.10 y del grupo experimental es 67.90. Se infiere que al considerar las capacidades incorporados el currículo nacional del MINEDU (2016a), los estudiantes han tenido impacto positivo en su capacidad de argumentar proposiciones sobre los diferentes significados de las fracciones, formular afirmaciones sobre su comprensión de las operaciones con fracciones y sus propiedades, y en formalizar conocimientos y procedimientos sobre las operaciones con fracciones. Los resultados demuestran que los estudiantes tuvieron un impacto favorable en el desarrollo de su lenguaje matemático, que según Jiménez et al. (2010) es producto de la construcción de significados y conceptos matemáticos por medio del análisis, argumentación, la confrontación y la justificación.

5. Conclusiones

De acuerdo al objetivo general de la investigación, los resultados permitieron determinar que la influencia del Artimoplano como material didáctico en el aprendizaje de fracciones de los estudiantes del VI ciclo es significativa. El aprendizaje de las fracciones es un proceso complejo debido a sus múltiples interpretaciones, debe ser desarrollado mediante el diseño y aplicación de actividades de aprendizaje que involucren el empleo de materiales concretos y la resolución de problemas contextualizados. El empleo del Aritmoplano como un material concreto es una oportunidad para lograr aprendizajes sólidos sobre los diversos significados de las fracciones, lograr la formalización de las operaciones y tiene utilidad como estrategia manipulativa de resolución de problemas que involucren a las fracciones. Además, al ser utilizado como una forma de representación concreta, se articula con las otras formas de representación como la gráfica, numérica y verbal favoreciendo el aprendizaje significativo del campo conceptual de las fracciones.

6. Referencias bibliográficas

Aguilar, D., Sánchez, J., y Salgado, G. (2022). Aprendizaje de números racionales a partir de representaciones semióticas. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 14(2), 69–99.

Álvarez, J., García, J., Arnedo, C., Braba, D., Marín, M., Miguel, J., & Pazos, M. (2011). Elementos y razonamientos en la competencia matemática. In S. de E. de E. y F. Profesional (Ed.), *IFIIE Aulas de Verano*. Ministerio de Educación, España.

Arenas-Peñaloza, J., y Rodríguez-Vásquez, F. (2021). Enseñanza y aprendizaje del concepto fracción en la educación primaria: estado del arte. *Cultura Educación Y Sociedad*, 12(2), 49–64.

Arenas, J. (2018). Comprensión del concepto de fracción como razón del modelo de Pirie y Kieren.

Butto, C. (2013). El aprendizaje de fracciones en educación primaria: una propuesta de enseñanza en dos ambientes. *Horizontes Pedagógicos*, 15(1), 33–45.

Cazares, A. (2022). Los recursos didácticos como estrategia para la enseñanza de las fracciones algebraicas y sus operaciones.

Coronel, M. D. V., y Curotto, M. (2008). La resolución de problemas como estrategia de enseñanza y aprendizaje. *Revista Electrónica de Enseñanza de Las Ciencias*, 7(2), 463–479.

D'Amore, B. (2009). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. *Revista Científica*, 11, 150–164.

Durand, D. (2020). Influencia de un Módulo Didáctico en el Aprendizaje de la Matemática, en *Estudiantes del Nivel Secundario de una Institución Educativa del Distrito San Juan de Lurigancho*, 2019.

Duval, R. (2002). Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 1(2), 61–94.

Fandiño, M. (2009). *Las fracciones: aspectos conceptuales y didácticos* (Magisterio (ed.); Primera).

Fazio, L., & Siegler, R. (2011). *Enseñanza de las fracciones* (Primera). Academia Internacional de Educación IAE.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. In 2001 CINVESTAV (Ed.), *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas*. Textos seleccionados (pp. 1–49).

Friz, M., Sanhueza, S., Sánchez, A., Belmar, M., & Figueroa, E. (2008). Propuestas didácticas para el desarrollo de competencias matemáticas en fracciones. *Horizontes Educativos*, 13(2), 87–98.

Gabriel, F., Coché, F., Szucs, D., Carette, V., Rey, B., & Content, A. (2013). A componential view of children's difficulties in learning fractions. *Frontiers in Psychology*, 4(715), 1–12.

Galobart, B. (2023). Enseñanza de las fracciones a través de la manipulación y el juego en 5o de Primaria.

- Hincapié, C. (2011). Construyendo el concepto de fracción y sus diferentes significados, con los docnetes de primaria de la institución educativa Girardota.
- Jiménez, A., Suárez, N., y Galindo, S. (2010). La Comunicación:Eje en la clases de Matemáticas. *Praxis & Saber*, 1(2).
- Kieren, T. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In C. ERIC/SMEAC. (Ed.), *Number and Measurement. Papers from a Research Wordshop.* (pp. 101–140).
- Kieren, T. (1980). The reational number construct. Its Elements and mechanisms. In E. SMEAC (Ed.), *Recent reasearch on number learning* (pp. 125–149).
- Llinares, S., y Sánchez, M. (1997). *Fracciones. La relación parte todo (Síntesis (ed.))*.
- Martínez, M., Hernández, L., Juarez, M., y Juarez, J. (2021). El impacto de una intervención didáctica para la comprensión del concepto de fracción a través de representaciones semióticas en estudiantes de secundaria. *Brazilian Journal of Development*, 5(6), 4736–4764.
- Ministerio de Educación. (2015). ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes?. Área curricular Matemática. In *Quad/ Grapics Perú S.A. (Ed.)*, Ministerio de Educación.
- Ministerio de Educación. (2016a). ¿Qué logros de aprendizaje en Matemática muestran los estudiantes al finalizar la primaria? (Primera).
- Ministerio de Educación. (2016b). Programa curricular de Educación Secundaria basica regular. In *Minedu*.
- Ministerio de Educación del Perú. (2016). Currículo Nacional de la Educación Básica. In *Ministerio de Educación del Perú. (Primera)*.
- Niss, M. (2003). Quantitative literacy and mathematical competencies. *Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges*, OCDE 2000, 215–220.
- OECD. (2007). PISA 2018 Mathematics Framework. In *El programa PISA de la OCDE qué es y para qué sirve* (p. 34).
- Parra, D., y Carmona, L. (2021). Implementación de un método gráfico para la enseñanza de las fracciones. *Números - Revista de Didáctica de Matemática*, 109, 111–117.
- Salazar, J. (2021). Recursos en el aula de clase para la enseñanza de fracciones en educación general básica media de las instituciones de educación públicas de la ciudad de Latacunga, Ecuador.
- Stelzer, F., Andrés, M., Introzzi, I., Canet-Juric, L., y Urquijo, S. (2019). El conocimiento de las fracciones. Una revisión de su relación con factores cognitivos. *Interdisciplinaria*, 36(2), 185–201.
- Naciones Unidas. (2015). Transformar nuestro mundo: la Agenda 2030 para el Desarrollo Sostenible. In *Asamblea General. Septuagésimo periodo de sesiones*.
- Vergnaud, G. (1990). LA TEORÍA DE LOS CAMPOS CONCEPTUALES G. *Recherches En Didáctique Des Mathématiques*, 10(2), 133–170.
- Viviano, A. (2021). Los materiales educativos basados en el método problémico en el aprendizaje de la matemática en los estudiantes del primer grado de la Institución Educativa Ricardo Palma Soriano, Tingo María, Huánuco, 2019.